引文格式：*桂昊, 张立强, 杨青平. 基于刀齿轨迹模型的五轴侧铣加工铣削力预测[J]. 航空制造技术, 2024, 67(6): 78–83, 108.*
GUI Hao，ZHANG Liqiang，YANG Qingping. Prediction of milling force in five-axis flank milling based on cutter tooth path model[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2024, 67(6): 78–83, 108.

基于刀齿轨迹模型的五轴侧铣加工铣削力预测*

桂　昊[1]，张立强[1]，杨青平[2]
（1. 上海工程技术大学，上海 201620；
2. 成都永峰科技有限公司，成都 610511）

[摘要]　在五轴侧铣加工过程中刀具的刀轴姿态变化复杂，导致瞬时切屑厚度计算困难。为提高切削力的预测精度，首先通过五轴侧铣几何模型描述了圆柱铣刀的刀齿运动轨迹，在建立微元切削力模型后，提出了一种瞬时切屑厚度的计算方法，计算当前切削刃上切削点到前几个刀齿回转圆柱面的映射距离，并在齐次坐标变换下，将空间中的线面求交计算转换成二维平面的线与圆弧的求交运算，在考虑刀具跳动对圆弧轨迹的影响后，求解方程组获得瞬时切屑厚度值。最后在五轴机床上进行了切削力试验，对比测量的力数据发现，仿真结果无论趋势还是大小都和实测值较好地吻合，验证了所建立的切削力预测模型的有效性。

关键词：五轴侧铣；圆柱铣刀；瞬时切屑厚度；切削力预测；齐次坐标变换

Prediction of Milling Force in Five-Axis Flank Milling Based on Cutter Tooth Path Model

GUI Hao[1], ZHANG Liqiang[1], YANG Qingping[2]
(1. Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China；
2. Chengdu Useful Technology Co., Ltd., Chengdu 610511, China)

[ABSTRACT]　In the five-axis flank milling process, it is difficult to calculate the instantaneous chip thickness due to the complex change of tool axis attitude. In order to improve the prediction accuracy of milling force, Firstly, the cutter tooth trajectory of cylindrical cutter is described by the geometric model of five axis flank milling. After establishing the micro element cutting force model, a calculation method of instantaneous cutting thickness is proposed, which is to calculate the mapping distance between the cutting point on the cutting edge and the rotary cylinder surface of the previous cutter teeth. Under the homogeneous coordinate transformation, the intersection calculation of line and plane in space is transformed into the intersection calculation of line and arc in two-dimensional plane. After considering the influence of tool runout on arc trajectory, the instantaneous chip thickness value is obtained by solving the equations. Finally, the milling force experiment was carried out on a five-axis machine tool. By comparing the measured force data, the simulation results are in good agreement with the measured values both in trend and size, which verifies the effectiveness of the established cutting force prediction model.

Keywords: Five-axis flank milling; Cylindrical cutter; Instantaneous chip thickness; Cutting force prediction; Homogeneous coordinate transformation

DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.2024.06.078

---

* **基金项目**：国家自然科学基金（51775328）。

对于航空航天薄壁件来说，切削力是影响铣削加工的重要物理因素，过大的切削力会使刀具与工件发生振动、变形，从而出现零件表面加工质量低下、刀具磨损加剧等现象。虽然通过降低切削参数来减小切削力可以提升零件质量，但是牺牲了加工效率。预测切削力是研究铣削加工的稳定性、受力变形偏差以及工艺参数优化的基础。

切削力模型建模方式主要有 4 种：物理模型 [1]、经验模型 [2]、神经网络模型 [3] 及机械力学模型 [4]，其中机械力学模型应用最为广泛，而对于该类模型，瞬时切屑厚度对于切削力的预测至关重要。Martellotti 等 [5] 通过分析平面中圆弧的运动几何，提出了圆柱铣刀的经典瞬时切屑厚度模型 $h=f_z\sin\theta$，其中 f_z 为每齿进给量，θ 为刀齿周向位置角，但是经典模型仅适用于三轴加工，五轴侧铣刀具姿态多变，刀具与工件的接触区域计算困难；Ferry[6] 定义了各个刀具微元的进给坐标系，进而将经典三轴的瞬时切屑厚度计算公式推广到了五轴铣削中；王立平等 [7] 提出了一种五轴侧铣瞬时切屑厚度的拆分计算方法，通过判断刀具姿态补偿了经典切屑厚度模型；He 等 [8] 提出了一种基于真实齿轨的五轴球头铣刀切削力新模型；董永亨等 [9] 通过齐次坐标系建立了刀齿的运动轨迹，并计算了当前刀齿与工件的边界交点，求出瞬时未变形切屑厚度；王博 [10] 结合球头铣刀切削刃的几何特点建立切削刃微元点的空间位置矢量，并进一步推导描述切削刃微元点轨迹的矢量形式。以上研究对五轴瞬时切屑厚度研究比较深入，但却忽略了刀具跳动的存在会影响瞬时切屑厚度值。Li 等 [11] 考虑了刀具跳动的影响，提出一种近似圆弧轨迹模型来替代真实的摆线齿轨模型，圆形假设引入的近似误差在可以忽略的同时又提高了计算效率。Wang 等 [12] 在切削力预测中探究了刀具跳动对刀齿运动轨迹的影响，并通过切削力试验进行了验证。

本文通过五轴侧铣几何运动学模型描述了五轴刀位在空间中的姿态，随后提出一种基于刀齿轨迹模型的切削力预测模型，计算当前切削刃上切削点到前几个刀齿回转圆柱面的映射距离，并在坐标变换关系下，将空间中的线面求交计算转换成二维平面的线与圆弧的求交运算。在考虑刀具跳动对圆弧轨迹的影响后，求解方程组获得切削微元的瞬时切屑厚度值，最后在五轴机床上进行了加工试验，验证了本文所建立模型的有效性。

1　侧铣几何运动学模型

五轴侧铣过程的刀具姿态变化复杂，在研究力学模型之前，首先建立几何运动学模型。如图 1 所示，每个刀位点信息包括刀尖点坐标 P_i 与刀轴矢量 $\boldsymbol{T}_i$，在刀位 $[P_i,\ \boldsymbol{T}_i]$ 向刀位 $[P_{i+1},\ \boldsymbol{T}_{i+1}]$ 运动过程中，需要计算 t 时刻的刀位点 P_t 和刀轴矢量 $\boldsymbol{T}_t$，CNC 系统在执行刀位文件时，两相邻刀位间的运动为线性插补运动，刀位点 P_t 计算公式表示为

$$P_t = P_i + \frac{(P_{i+1}-P_i)\cdot t\cdot f_z}{\| P_{i+1}-P_i \| \cdot \Delta t}(0 \leqslant t \leqslant K) \tag{1}$$

$$K = \frac{d_{P_1,P_2}}{f_z} - 1 \tag{2}$$

$$\Delta t = \frac{60}{nN} \tag{3}$$

式中，f_z 为每齿进给量；n 为主轴转速；N 为刀具齿数；d_{P_1,P_2} 为刀位点 P_1 和刀位点 P_2 之间的距离。

两相邻刀位点刀轴矢量 $\boldsymbol{T}_i$ 与 $\boldsymbol{T}_{i+1}$ 间的夹角 γ 计算公式为

$$\gamma = \arctan\left(\frac{\| \boldsymbol{T}_i \times \boldsymbol{T}_{i+1} \|}{\boldsymbol{T}_i \cdot \boldsymbol{T}_{i+1}}\right) \tag{4}$$

已知刀位 $[P_i,\ \boldsymbol{T}_i]$ 向刀位 $[P_{i+1},\ \boldsymbol{T}_{i+1}]$ 运动的刀轴矢量夹角 γ，在 t 时刻刀轴矢量计算公式为

$$\boldsymbol{T}_t = \mathrm{Rot}\left(\frac{\| \boldsymbol{T}_i \times \boldsymbol{T}_{i+1} \|}{\boldsymbol{T}_i \cdot \boldsymbol{T}_{i+1}}, \frac{\gamma \cdot t}{(K+1)\cdot \Delta t}\right) \cdot \boldsymbol{T}_i \tag{5}$$

Rot（v, θ）· $\boldsymbol{T}_i$ 为向量 $\boldsymbol{T}_i$ 绕向量 $\boldsymbol{v}$ 顺时针旋转角度 θ，若矢量 $\boldsymbol{v}=[v_i, v_j, v_k]$，则 Rot（$\boldsymbol{v}, \theta$）· $\boldsymbol{T}_i$ 计算公式 [13] 为

$$\mathrm{Rot}(\boldsymbol{v},\theta) = \begin{pmatrix} v_i^2\mathrm{vers}\theta + \cos\theta & v_j v_i \mathrm{vers}\theta - v_k \sin\theta & v_k v_i \mathrm{vers}\theta + v_j \sin\theta \\ v_i v_j \mathrm{vers}\theta + v_k \sin\theta & v_i^2 \mathrm{vers}\theta + \cos\theta & v_k v_i \mathrm{vers}\theta - v_i \sin\theta \\ v_i v_k \mathrm{vers}\theta - v_j \sin\theta & v_i v_j \mathrm{vers}\theta + v_i \sin\theta & v_i^2 \mathrm{vers}\theta + \cos\theta \end{pmatrix} \tag{6}$$

式中，$\mathrm{vers}\,\theta = 1-\cos\theta$。

为准确描述五轴侧铣的复杂空间运动，分别建立了工件坐标系、刀具坐标系、局部刀齿坐标系。首先建立固定不动的工件坐标系 $O_\mathrm{W}X_\mathrm{W}Y_\mathrm{W}Z_\mathrm{W}$，刀具姿态和工件均在工件坐标系下表示。如图 2 所示，在工件坐标系下，刀具侧刃沿着两条引导线滑动形成扫掠面，在这个过程中，以刀尖 $P_\mathrm{C}=[P_{\mathrm{c}x},\ P_{\mathrm{c}y},\ P_{\mathrm{c}z}]$ 为原点建立刀具坐标系 $O_\mathrm{C}X_\mathrm{C}Y_\mathrm{C}Z_\mathrm{C}$。

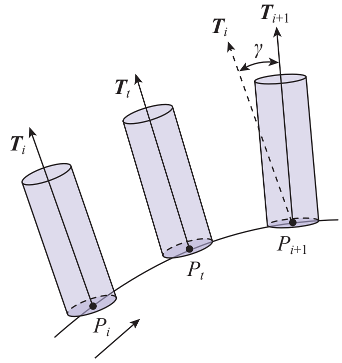


图 1　刀具位置插补示意图

Fig.1　Schematic diagram of tool position interpolation

$X_{\mathrm{C}}=[X_{\mathrm{c}x}, X_{\mathrm{c}y}, X_{\mathrm{c}z}]$ 指向当前刀位进给方向，$Z_{\mathrm{C}}=[Z_{\mathrm{c}x}, Z_{\mathrm{c}y}, Z_{\mathrm{c}z}]$ 为刀轴矢量 $\boldsymbol{T}$。建立刀齿微元坐标系 $O_{\mathrm{f}}X_{\mathrm{f}}Y_{\mathrm{f}}Z_{\mathrm{f}}$，其轴方向矢量 $\boldsymbol{Z}_{\mathrm{f}}$ 与刀具坐标系 Z_{C} 轴同向，X_{f} 轴为过点 O_{f} 指向刀具中心线方向。由于存在螺旋角 β，刀齿会随着轴向位置变化而出现变化的滞后角 φ。已知半径 R、轴向高度 z，滞后角可以表示为

$$\varphi=\frac{z\tan\beta}{R} \tag{7}$$

设刀具底端切削刃的旋转角为 ϕ，齿数为 N，则在刀具高度 z 处第 j 个刀齿的旋转角表示为

$$\theta_{z,j}=\phi-\varphi+\frac{(j-1)\cdot 2\pi}{N} \tag{8}$$

在刀具坐标系下，高度 z 处第 j 个刀齿的切削点的坐标可以表示为

$$\boldsymbol{A}_{z,j}^{\mathrm{C}}=\begin{bmatrix} R\cos\theta_{z,j} \\ R\sin\theta_{z,j} \\ z \end{bmatrix} \tag{9}$$

由于工件坐标系 $O_{\mathrm{W}}X_{\mathrm{W}}Y_{\mathrm{W}}Z_{\mathrm{W}}$ 固定不动，而刀具坐标系 $O_{\mathrm{C}}X_{\mathrm{C}}Y_{\mathrm{C}}Z_{\mathrm{C}}$ 会随刀具姿态的变化而变化，将变化的刀具坐标系转换到固定不动的工件系下表示，已知刀具坐标系 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{C}}$、$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{C}}$、$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{C}}$ 3 个轴矢量，刀具坐标系转换到工件坐标系的旋转矩阵可以由 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{W}}$ 表示。P_{C}为刀具坐标系的原点坐标，则将刀具坐标系转换到工件坐标系中的转换矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{W}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{W}} & P_{\mathrm{C}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} X_{\mathrm{c}x} & Y_{\mathrm{c}x} & Z_{\mathrm{c}x} & P_{\mathrm{c}x} \\ X_{\mathrm{c}y} & Y_{\mathrm{c}y} & Z_{\mathrm{c}y} & P_{\mathrm{c}y} \\ X_{\mathrm{c}} & Y_{\mathrm{c}z} & Z_{\mathrm{c}z} & P_{\mathrm{c}z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

2 切削力模型

2.1 切削力计算

采用机械力学模型计算切削力，如图 3 所示，将刀具沿刀轴方向划分为 M 个厚度相等的切削微元盘。

在刀具旋转角度为 $\theta_{i,j}$ 时，作用在第 j 个齿第 i 个切削微圆盘的切削力公式表示为

$$\begin{cases} \mathrm{d}F_{\mathrm{t},i,j}(t)=W(\theta_{i,j}(t))\cdot(K_{\mathrm{tc}}h_{i,j}(t)\mathrm{d}b+K_{\mathrm{te}}\mathrm{d}b) \\ \mathrm{d}F_{\mathrm{r},i,j}(t)=W(\theta_{i,j}(t))\cdot(K_{\mathrm{rc}}h_{i,j}(t)\mathrm{d}b+K_{\mathrm{re}}\mathrm{d}b) \\ \mathrm{d}F_{\mathrm{a},i,j}(t)=W(\theta_{i,j}(t))\cdot(K_{\mathrm{ac}}h_{i,j}(t)\mathrm{d}b+K_{\mathrm{ae}}\mathrm{d}b) \end{cases} \tag{11}$$

式中，K_{tc}、K_{rc}、K_{ac} 分别为切向、径向和轴向剪切力系数；K_{te}、K_{re}、K_{ae} 分别为切向、径向和轴向犁切力系数；$h_{i,j}(t)$ 为第 j 个齿第 i 个切削微圆盘的瞬时切屑厚度；$\mathrm{d}b$ 为切削微圆盘厚度；$W(\theta_{i,j}(\mathrm{t}))$ 是判断切削微圆盘是否参与切削的窗口函数，可以表示为

$$W(\theta_{i,j}(t))=\begin{cases} 1 & \theta_{\mathrm{en},i,j}\leqslant\theta(\phi_{i,j}(t))\leqslant\theta_{\mathrm{ex},i,j} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{12}$$

式中，$\theta_{\mathrm{en},i,j}$、$\theta_{\mathrm{ex},i,j}$ 分别为第 j 个齿第 i 个切削微圆盘的切入角、切出角。

在 t 时刻，作用在工件上的总切削力分力可以通过将作用在轴向切削深度内的圆盘元件上的 3 个切削力相加和坐标变换得到，表示为

$$\begin{bmatrix} F_x^{\mathrm{W}}(t) \\ F_y^{\mathrm{W}}(t) \\ F_z^{\mathrm{W}}(t) \end{bmatrix}=\sum_j\sum_i \boldsymbol{R}_{\mathrm{C}}^{\mathrm{W}}\cdot\boldsymbol{T}_{i,j}\begin{bmatrix} \mathrm{d}F_{\mathrm{t},i,j}(t) \\ \mathrm{d}F_{\mathrm{r},i,j}(t) \\ \mathrm{d}F_{\mathrm{a},i,j}(t) \end{bmatrix} \tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{T}_{i,j}$ 绕刀轴的旋转矩阵表示为

$$\boldsymbol{T}_{i,j}=\begin{bmatrix} -\cos\theta_{i,j} & -\sin\theta_{i,j} & 0 \\ \sin\theta_{i,j} & -\cos\theta_{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

2.2 瞬时切屑厚度计算

瞬时切屑厚度为在刀具工件啮合区域内，当前刀齿的任意切削点沿刀齿面法向到已加工面的距离。如图 4 所示，前一刀齿回转面为已加工面，在切入角、切出角限制的接触区域内，有效瞬时切屑厚度为当前刀齿回转面与前一刀齿回转面相交的实体部分。

为计算瞬时切屑厚度，如图 5 所示，刀位 M 为前一刀位点，刀位 N 为当前刀位点，刀具在作平移和旋转运动时形成了瞬时切屑厚度 h；$A_{i,j}$ 为刀具在刀位点 N 上第 j 个刀齿第 i 个切削微圆盘的切削点，计算点 $A_{i,j}$ 到刀位 M 处的刀齿回转面的距离为点 $A_{i,j}$ 处的瞬时切屑厚度。

首先建立刀位 M 的刀具坐标系 $O_{\mathrm{M}}X_{\mathrm{M}}Y_{\mathrm{M}}Z_{\mathrm{M}}$ 以及刀位 N 的刀具坐标系 $O_{\mathrm{N}}X_{\mathrm{N}}Y_{\mathrm{N}}Z_{\mathrm{N}}$。切削点 $A_{i,j}$ 处的切屑厚度 h 满足

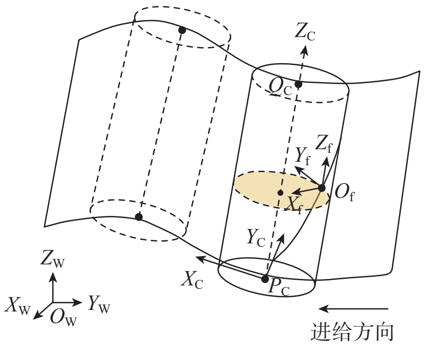


图 2 坐标系建立示意图

Fig.2 Schematic diagram of coordinate system establishment

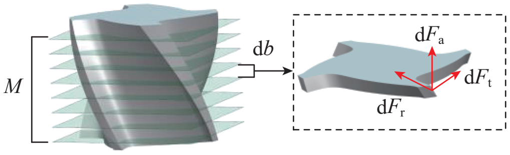


图 3 切削力微元模型

Fig.3 Micro-element model of cutting force

$$A_{i,j}^{\mathrm{M}}-C^{\mathrm{M}}=h\times\vec{n}^{\mathrm{M}} \tag{15}$$

式中，C^{M}、$\vec{n}^{\mathrm{M}}$、$A_{i,j}^{\mathrm{M}}$ 分别为在 $O_{\mathrm{M}}X_{\mathrm{M}}Y_{\mathrm{M}}Z_{\mathrm{M}}$ 坐标系下 M 位置处的刀齿回转面上的交点、M 位置处的刀齿回转面法向矢量及 N 位置处的刀齿切削点。

切削点 $A_{i,j}^{\mathrm{N}}$ 在 $O_{\mathrm{N}}X_{\mathrm{N}}Y_{\mathrm{N}}Z_{\mathrm{N}}$ 坐标系下表示为

$$A_{i,j}^{\mathrm{N}}=\begin{bmatrix} R\cos\theta_{i,j} \\ R\sin\theta_{i,j} \\ Z \end{bmatrix} \tag{16}$$

向量$\vec{n}$垂直于刀位 M 的轴线，是切削点 $A_{i,j}$ 垂直于 M 位置处刀齿回转面的法向矢量；$\boldsymbol{R}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{W}}$ 是刀具坐标系转换到工件坐标系的转换矩阵；P_{n} 为坐标系原点。将点 $A_{i,j}^{\mathrm{N}}$ 转换到工件坐标系下表示为

$$[A_{i,j}^{\mathrm{W}},1]^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{W}} & P_{\mathrm{n}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot[A_{i,j}^{\mathrm{N}},1]^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

已知点 $A_{i,j}^{\mathrm{W}}$、刀尖点 P_{m} 坐标、刀轴矢量 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$，在工件坐标系下求解出垂足 B^{W}。

$$\begin{cases}(A_{i,j}^{\mathrm{W}}-B^{\mathrm{W}})\cdot\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}=0\\(B^{\mathrm{W}}-P_{\mathrm{m}})=k\cdot\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}\end{cases} \tag{18}$$

点 $A_{i,j}^{\mathrm{W}}$ 垂直于刀齿回转面的法向矢量$\vec{n}^{\mathrm{W}}$计算公式为

$$\vec{n}^{\mathrm{W}}=\frac{A_{i,j}^{\mathrm{W}}-B^{\mathrm{W}}}{\|A_{i,j}^{\mathrm{W}}-B^{\mathrm{W}}\|} \tag{19}$$

将工件坐标系下的点 $A_{i,j}^{\mathrm{W}}=[a_x,\ a_y,\ a_z]$ 与矢量$\vec{n}^{\mathrm{W}}$转换到刀具坐标系 $O_{\mathrm{M}}X_{\mathrm{M}}Y_{\mathrm{M}}Z_{\mathrm{M}}$ 下表示为

$$\vec{n}^{\mathrm{M}}=[n_x,n_y,n_z]=(\boldsymbol{R}_{\mathrm{M}}^{\mathrm{W}})^{-1}\cdot\vec{n}^{\mathrm{W}} \tag{20}$$

$$[A_{i,j}^{\mathrm{M}},1]^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\mathrm{M}}^{\mathrm{W}} & P_{\mathrm{m}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\cdot[A_{i,j}^{\mathrm{W}},1]^{\mathrm{T}} \tag{21}$$

在坐标系$O_{\mathrm{M}}X_{\mathrm{M}}Y_{\mathrm{M}}Z_{\mathrm{M}}$ 下，刀位 M 处刀齿回转面的交点 C^{M} 表示为

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{M}}=[R\cos\theta\quad R\sin\theta\quad z]^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

将式（20）~（22）代入式（15）求解方程组，得

$$\begin{cases}a_x-R\cos\theta=h\cdot n_x\\a_y-R\sin\theta=h\cdot n_y\\a_z-z=h\cdot n_z\end{cases} \tag{23}$$

交点 C^{M} 的参数 θ、z 未知，联立方程消去 θ 简化计算为

$$(n_x^2+n_y^2)h^2-2(a_xn_x+a_yn_y)h+a_x^2+a_y^2-R^2=0 \tag{24}$$

法矢量与刀齿回转面有两个交点，所求解出未知数 h 的两个解中，最小 h 值为切削点到回转面有效切屑厚度值。

$$h=\frac{a_xn_x+a_yn_y-\sqrt{\varDelta}}{n_x^2+n_y^2} \tag{25}$$

$$\varDelta=(a_xn_x+a_yn_y)^2-(n_x^2+n_y^2)(a_x^2+a_y^2-R^2) \tag{26}$$

在实际加工过程中，刀具跳动不可避免，刀具跳动会改变瞬时切屑厚度的大小，从而使各齿的切削力峰值不同。如图 6 所示，定义刀具径向跳动偏移值为 ρ，偏转角度为 λ，则刀具跳动影响下的刀具半径为[12]

$$R(i,j)=R+\rho\cos\left(\frac{z_i\tan\beta}{R}-\lambda+\frac{(j-1)\cdot2\pi}{N}\right) \tag{27}$$

若加工过程中受刀具跳动影响，当前切削点的瞬时切屑厚度不一定是到前一齿的刀齿回转面，而是到前 k

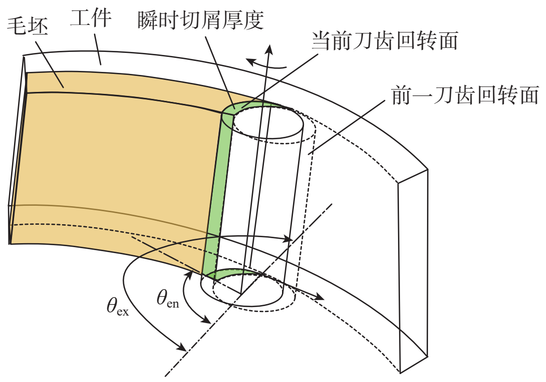


图 4　瞬时切屑厚度模型

Fig.4　Instantaneous chip thickness model

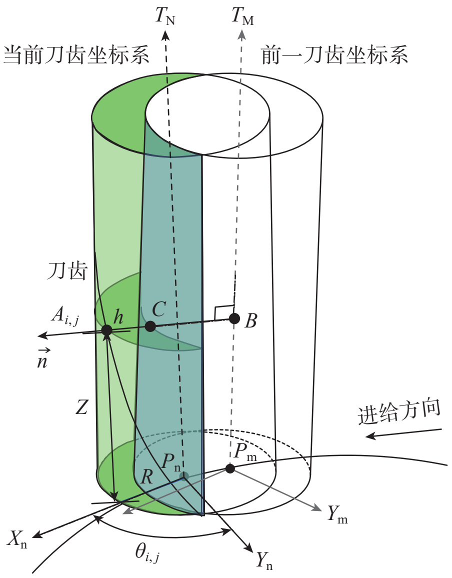


图 5　瞬时切屑厚度计算示意图

Fig.5　Instantaneous chip thickness calculation

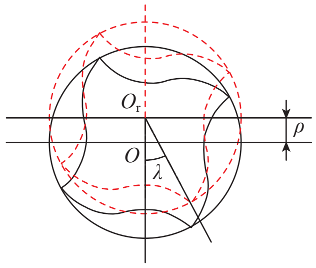


图 6　刀具跳动示意图

Fig.6　Schematic diagram of tool runout

个刀齿回转面的距离。

依次计算当前切削点到前 k 个刀齿回转面的距离，最小值为当前切削点对应的真实的瞬时切屑厚度，即

$$h_{i,j}=\max[0,\min_{k=1,2,\cdots,N}(h(k,i,j))] \tag{28}$$

3　切削力预测试验验证

为验证本文所提算法的有效性，在 A 摆头 B 转台的上海拓璞卧式数控机床 HMC-C100PL 上进行侧铣加工试验。毛坯材料为 AL7050-T7451，刀具为直径 12 mm 的整体硬质合金平底铣刀，切削刃数为 3，螺旋角为 45°，刀具跳动偏移值 ρ 为 0.0017，偏转角度 λ 为 42°。主轴转速 2000 r/min、每齿进给量 0.03 mm、切深 10 mm、切宽 1 mm，试验试件壁厚大于 10 mm。试件的被加工面与刀位点如图 7 所示。

切削力测量设备为 Kistler 9272 型四分量测力计，其 x 和 y 方向的灵敏度为 –7.8 pC/N，z 方向的灵敏度为 –3.5 pC/N，试验采样频率为 10 kHz。数据采集设备为 HR-CA-411 型电荷放大器、HRU1213MA 型信号采集仪，试验设备如图 8 所示。

切削力系数标定采用文献 [14] 的方法，做 5 组槽铣试验，主轴转速 2000 r/min、轴向切深 1.5 mm，通过测力仪设备分别采集每齿进给量 0.04 mm/r、0.06 mm/r、0.08 mm/r、0.10 mm/r、0.12 mm/r 的槽铣切削力试验结果，获得平均切削力值，试验测量结果如表 1 所示。

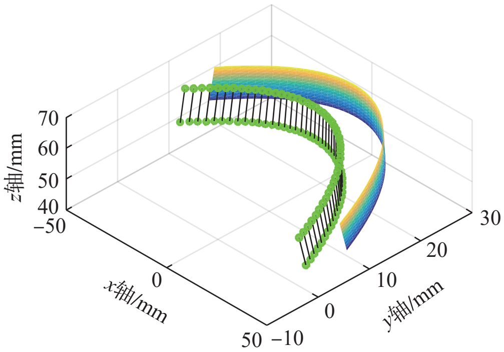


图 7　MATLAB 仿真加工曲面与刀位点

Fig.7　Machining curved surface and cutter location by MATLAB simulation

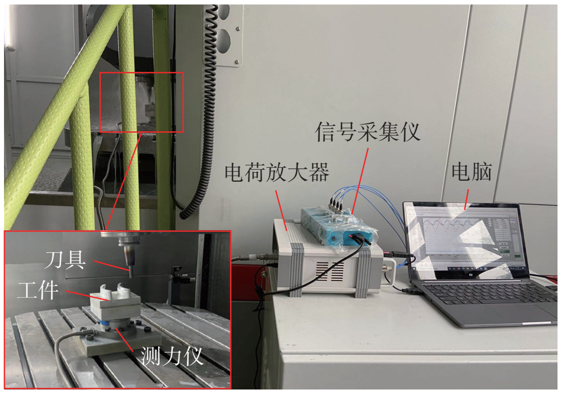


图 8　切削力测量装置

Fig.8　Cutting force measuring device

用最小二乘法拟合实测切削力的平均值，如图 9 所示。拟合的切削力系数如表 2 所示。

图 10 为刀具旋转一周期内测量与预测的结果对比图。测量结果与预测结果接近，预测的 y 轴切削力无论是趋势还是峰值都比较吻合；x 轴切削力测量峰值与预测峰值相差较大，最大误差在 24.5% 左右，但整体趋势和实测值一致。在实际测量切削力值时，电荷放大器由于受潮及设备本身性能不稳定，测量的切削力值会发生漂移的情况，测量结果不可避免地会受到影响。

图 11 是工件在整个切削过程中切削力的预测值与

表 1　不同进给的平均切削力值

Table 1　Average cutting force at different feeds

每齿进给量 f_z/（mm/r）	x 方向力平均值 $\bar{F}_x$/N	y 方向力平均值 $\bar{F}_y$/N	z 方向力平均值 $\bar{F}_z$/N
0.04	–65.866	–82.79	–8.358
0.06	–77.371	–111.84	–20.792
0.08	–89.337	–135.41	–30.992
0.10	–108.85	–154.95	–40.23
0.12	–109.66	–175.76	–42.414

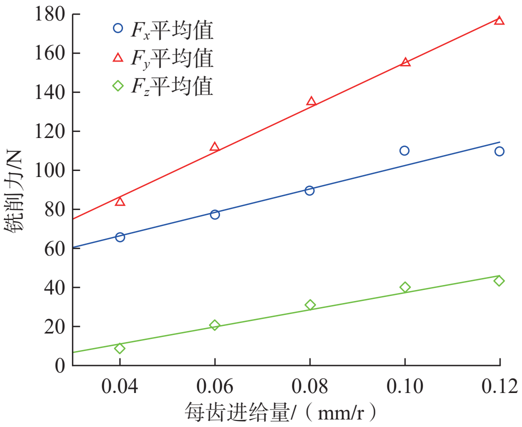


图 9　最小二乘拟合切削力

Fig.9　Least square fitting cutting force

表 2　切削力系数

Table 2　Cutting force coefficient　N/mm²

切向剪切力系数 K_{tc}	径向剪切力系数 K_{rc}	轴向剪切力系数 K_{ac}	切向犁切力系数 K_{te}	径向犁切力系数 K_{re}	轴向犁切力系数 K_{ae}
1018	533.63	305.6	28.295	29.593	2.872

实测值，可以发现，工件在 x 轴向受力减小的同时，y 向受力在增大；从预测结果与实测结果来看趋势基本一致，但是切削力的轮廓线并未完全吻合，在侧铣过程中受刀具跳动影响，理论刀轴矢量与实际刀轴矢量会发生偏差，而刀轴矢量是识别刀具位姿的重要变量，这也会导致预测值与实测值出现偏差。

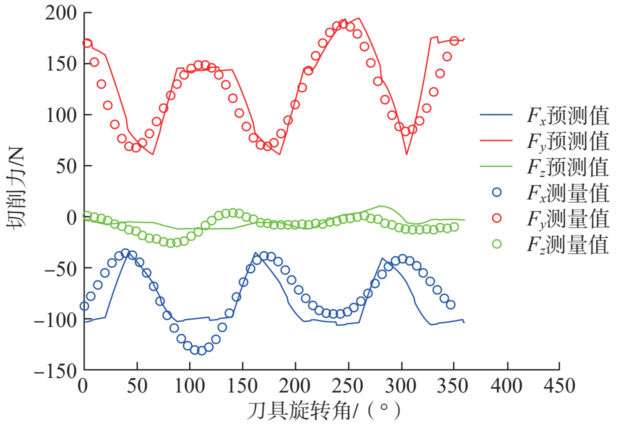
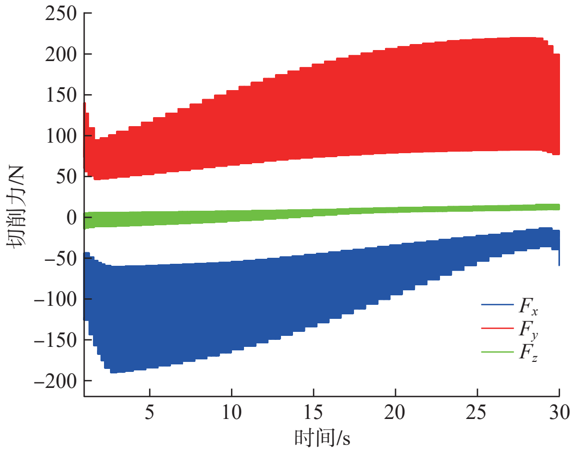
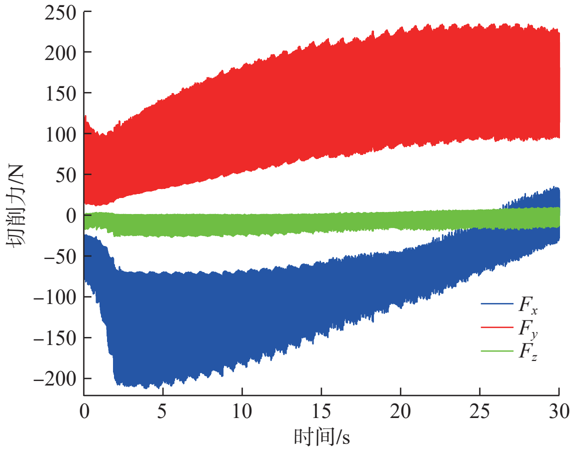


图 10　刀具旋转一周期内切削力测量值与预测值比较

Fig.10　Comparison of measured and predicted cutting force within one cycle of tool rotation



（a）预测值



（b）实测值

图 11　工件整个切削过程切削力预测值和实测值

Fig.11　Predicted and measured values of cutting force in the whole cutting process of the workpiece

4　结论

（1）以五轴侧铣几何模型表述了任意时刻的刀轴姿态，并建立了圆柱铣刀的刀齿运动模型，通过齐次坐标变换，把空间下的求交问题转换成平面中的求交解析计算。

（2）通过切削力标定试验获得切削力系数，仿真的 x 轴方向力增大的同时 y 轴方向的力在减小，最后将仿真的力值与实测力值进行比较，最大预测误差值在 24.5%，从切削加工整个过程来看，切削力趋势和大小基本吻合，验证了本文模型用于预测切削力的有效性。

（3）在五轴侧铣加工过程中，航空航天类薄壁零件会因切削力作用出现让刀变形误差，且恒定的进给速度将严重影响五轴侧铣加工效率，基于本文的切削力预测模型可以进一步做薄壁件变形误差预测和进给速度优化等研究。

参考文献

[1]　ARMAREGO E J A, SMITH A J R, KARRI V. Mechanics of cutting model for simulated oblique rotary tool cutting processes[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1991, 28(1–2): 3–14.

[2]　FUH K H, HWANG R M. A predicted milling force model for high-speed end milling operation[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1997, 37(7): 969–979.

[3]　ZUPERL U, CUS F, MURSEC B, et al. A generalized neural network model of ball-end milling force system[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2006, 175(1–3): 98–108.

[4]　张立强, 王宇晗. 虚拟五轴侧铣加工过程建模与仿真分析[J]. 工程设计学报, 2011, 18(2): 98–102.

ZHANG Liqiang, WANG Yuhan. Modeling and analysis for virtual fiveaxis flank milling process[J]. Journal of Engineering Design, 2011, 18(2): 98–102.

[5]　MARTELLOTTI M E. An analysis of the milling process[J]. Journal of Fluids Engineering, 1941, 63(8): 677–695.

[6]　FERRY W B, ALTINTAS Y. Virtual five-axis flank milling of jet engine impellers—Part I: Mechanics of five-axis flank milling[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2008, 130(1): 1.

[7]　王立平, 王顶, 于广, 等. 五轴侧铣加工铣削力预测[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2021, 61(9): 972–978.

WANG Liping, WANG Ding, YU Guang, et al. Milling forces during five-axis flank milling[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2021, 61(9): 972–978.

[8]　HE G Y, MA W K, YU G M, et al. Modeling and experimental validation of cutting forces in five-axis ball-end milling based on true tooth trajectory[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, 78(1): 189–197.

[9]　董永亨, 李淑娟, 洪贤涛, 等. 基于Z-MAP 方法的球头铣刀铣削力的建模[J]. 机械工程学报, 2019, 55(19): 201–212.

（下转第 108 页）

[19] 张霜银, 林鑫, 陈静, 等. 热处理对激光成形TC4 合金组织及性能的影响[J]. 稀有金属材料与工程, 2007, 36(7): 1263–1266.

ZHANG Shuangyin, LIN Xin, CHEN Jing, et al. Influence of heat treatment on the microstructure and properties of Ti–6Al–4V titanium alloy by laser rapid forming[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2007, 36(7): 1263–1266.

[20] 赵庄. 激光立体成形TC4–DT 合金晶内亚结构及强韧化调控[D]. 西安: 西北工业大学, 2018.

ZHAO Zhuang. Intracrystalline substructures control and strength-toughness optimization of laser solid formed TC4–DT alloy[D]. Xi’an: Northwestern Polytechnical University, 2018.

[21] 谷美邦. 热处理制度对激光增材制造TA15 钛合金力学性能的影响[J]. 航空制造技术, 2021, 64(3): 97–102.

GU Meibang. Influence of heat treatment on mechanical properties of TA15 titanium alloy fabricated by laser additive manufacturing[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2021, 64(3): 97–102.

[22] 黄建国. TC4 合金选区激光熔化(SLM) 成形的微观组织及性能研究[D]. 南昌: 南昌航空大学, 2018.

HUANG Jianguo. Study of microstructure and properties of TC4 alloy by selective laser melting[D]. Nanchang: Nanchang Hangkong University, 2018.

[23] 霍浩, 张安峰, 齐振佳, 等. 硼变质激光熔化沉积TC4 的低周疲劳性能[J]. 中国激光, 2020, 47(12): 85–93.

HUO Hao, ZHANG Anfeng, QI Zhenjia, et al. Low-cycle fatigue performance of boron-modified TC4 deposited by laser melting[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(12): 85–93.

[24] YANG J J, YU H C, YIN J, et al. Formation and control of martensite in Ti–6Al–4V alloy produced by selective laser melting[J]. Materials & Design, 2016, 108: 308–318.

[25] LIU S Y, SHIN Y C. Additive manufacturing of Ti6Al4V alloy: A review[J]. Materials & Design, 2019, 164: 107552.

[26] AKRAM J, PAL D, STUCKER B. Establishing flow stress and elongation relationships as a function of microstructural features of Ti6Al4V alloy processed using SLM[J]. Designs, 2019, 3(2): 21.

[27] 彭美旗, 程兴旺, 郑超, 等. 转变β 区体积分数对双态组织TC4 钛合金动态压缩性能及其绝热剪切敏感性的影响规律[J]. 稀有金属材料与工程, 2017, 46(8): 2227–2233.

PENG Meiqi, CHENG Xingwang, ZHENG Chao, et al. Effects of volume fraction of transformed β matrix on dynamic mechanical properties and sensitivity of adiabatic shear banding in bimodal microstructures of TC4 alloy[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2017, 46(8): 2227–2233.

[28] LU J X, CHANG L, WANG J, et al. In-situ investigation of the anisotropic mechanical properties of laser direct metal deposition Ti6Al4V alloy[J]. Materials Science and Engineering: A, 2018, 712: 199–205.

[29] TAN X P, KOK Y, TOH W Q, et al. Revealing martensitic transformation and α/β interface evolution in electron beam melting three-dimensional-printed Ti–6Al–4V[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 26039.

[30] CARROLL B E, PALMER T A, BEESE A M. Anisotropic tensile behavior of Ti–6Al–4V components fabricated with directed energy deposition additive manufacturing[J]. Acta Materialia, 2015, 87: 309–320.

[31] ZHANG X, MARTINA F, DING J, et al. Fracture toughness and fatigue crack growth rate properties in wire+arc additive manufactured Ti–6Al–4V[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2017, 40(5): 790–803.

[32] HE S T, ZENG W D, XU J W, et al. The effects of microstructure evolution on the fracture toughness of BT–25 titanium alloy during isothermal forging and subsequent heat treatment[J]. Materials Science and Engineering: A, 2019, 745: 203–211.

[33] XUE A T, LIN X, WANG L L, et al. Influence of trace boron addition on microstructure, tensile properties and their anisotropy of Ti6Al4V fabricated by laser directed energy deposition[J]. Materials & Design, 2019, 181: 107943.

[34] 王琨, 李艳青, 王雷, 等. 应变幅值对双态组织TC4 钛合金疲劳断裂机制的影响[J]. 热加工工艺, 2018, 47(10): 86–89.

WANG Kun, LI Yanqing, WANG Lei, et al. Effect of strain amplitude on fatigue fracture mechanism of TC4 titanium alloy with duplex structure[J]. Hot Working Technology, 2018, 47(10): 86–89.

[35] 张萍, 李立航. 激光选区熔化成形TC4 钛合金的电子束焊接气孔缺陷控制研究[J]. 航空制造技术, 2022, 65(1/2): 118–124.

ZHANG Ping, LI Lihang. Investigation of EBW porosity defects control of TC4 titanium alloy formed by selective laser melting[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2022, 65(1/2): 118–124.

通讯作者：张安峰，教授，博士，研究方向为高性能金属零件增材制造技术、高温合金超细定向晶增材制造技术、激光增材制造（3D 打印）技术及其装备、激光熔覆修复柱状晶和单晶高温合金叶片。

（责编　阳光）

（上接第 83 页）

DONG Yongheng, LI Shujuan, HONG Xiantao, et al. Modeling on the milling force of ball-end milling cutter based on Z-MAP method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(19): 201–212.

[10] 王博, 黎柏春, 杨建宇, 等. 球头铣刀多轴铣削加工的切削刃微元点轨迹模型[J]. 中国工程机械学报, 2018, 16(3): 248–252, 257.

WANG Bo, LI Baichun, YANG Jianyu, et al. Modelling of tooth element trajectory in multi-axis ball-end milling[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2018, 16(3): 248–252, 257.

[11] LI Z L, NIU J B, WANG X Z, et al. Mechanistic modeling of five-axis machining with a general end mill considering cutter runout[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 96: 67–79.

[12] WANG L P, YUAN X, SI H, et al. A cutting force model based on compensated chip thickness in five-axis flank milling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 104(1): 1413–1423.

[13] DUAN X Y, PENG F Y, ZHU Z R, et al. Cutting edge element modeling-based cutter-workpiece engagement determination and cutting force prediction in five-axis milling[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 102(1): 421–430.

[14] 鲍岩. 面向飞机蒙皮制造的薄板镜像铣削工艺基础[D]. 大连: 大连理工大学, 2018.

BAO Yan. Foundation of mirror milling technology of sheet for aircraft skin manufacturing[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018.

通讯作者：张立强，教授，博士，研究方向为智能制造与数控技术、复材结构健康诊断和航空装备数字孪生。

（责编　阳光）